

MODUL 1

(KD 3.25.1)

A. Kaidah Pencacahan

- Aturan Penjumlahan
- Aturan Perkalian
- Aturan pengisian Tempat
(*Filling Slots*)

B. Faktorial

Oleh Zaen Surya Larasati, S.Pd.

Untuk Kelas XI SMK

Kompetensi Dasar dan Indikator

3.25 Menganalisis kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi pada masalah kontekstual

3.25.1 Menganalisis kaidah pencacahan pada pemecahan masalah

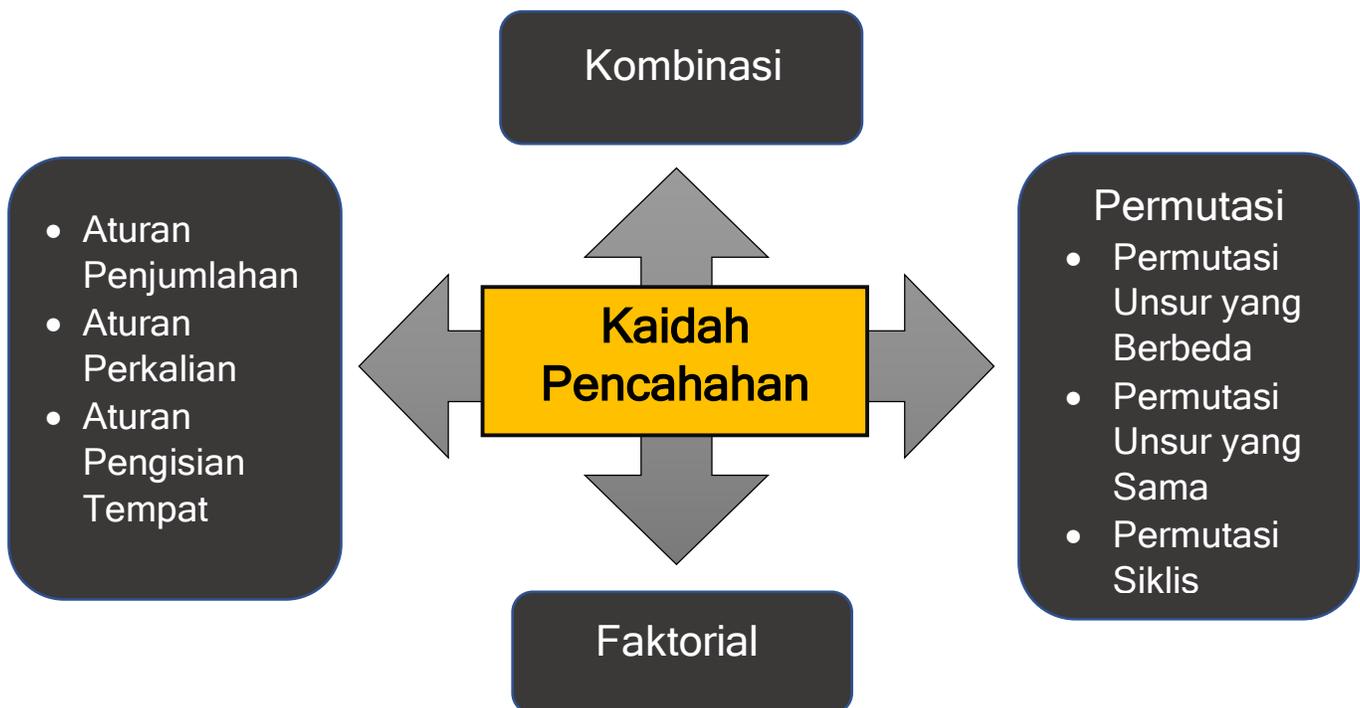
3.25.2 Menganalisis permutasi pada pemecahan masalah

3.25.3 Menganalisis kombinasi pada pemecahan masalah

3.25.4 Mengevaluasi kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi pada masalah kontekstual

Peta Konsep

KD 3.25



1. Kaidah Pencacahan

Kaidah Pencacahan didefinisikan sebagai suatu cara atau aturan untuk menghitung semua kemungkinan yang dapat terjadi dalam suatu percobaan tertentu. Dalam kaidah ini, ada beberapa cara yang dapat digunakan, antara lain:

- Aturan penjumlahan, aturan perkalian, dan aturan pengisian tempat (*filling slots*)
- Permutasi
- Kombinasi

A. Aturan Penjumlahan, Aturan Perkalian, dan Aturan Pengisian Tempat (*Filling Slots*)

Aturan Penjumlahan

Prinsip dari aturan ini adalah menjumlahkan banyaknya kemungkinan cara (pilihan) dari kejadian-kejadian yang **tidak terjadi secara bersamaan**.

Rumus :

Jika terdapat n peristiwa yang saling lepas :

k_1 = banyaknya cara pada peristiwa pertama.

k_2 = banyaknya cara pada peristiwa kedua.

⋮

k_n = banyaknya cara pada peristiwa ke- n .

Maka banyaknya cara untuk n peristiwa secara keseluruhan adalah :

$$k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

Aturan penjumlahan biasanya digunakan untuk beberapa kejadian yang tidak mungkin terjadi secara bersamaan.

Aturan penjumlahan biasanya menggunakan kata penghubung “**atau**”.

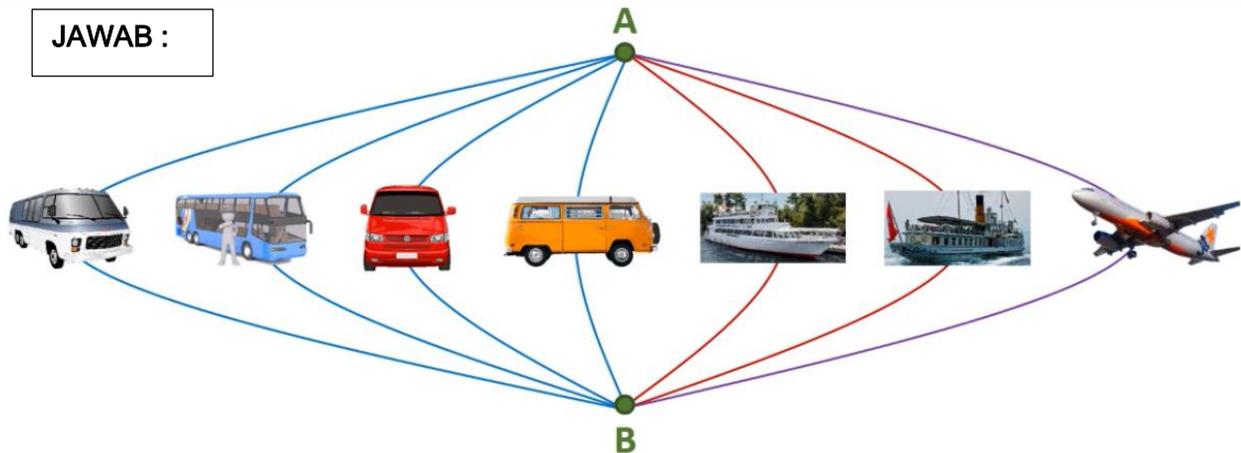
Contoh soal aturan penjumlahan :

ATURAN PENJUMLAHAN

CONTOH

Dari kota A ke kota B ada beberapa jenis angkutan yang dapat digunakan. Ada 4 travel, 2 kapal laut, dan 1 pesawat terbang yang dapat dipilih. Ada berapa total cara berbeda untuk berangkat dari kota A menuju kota B?

JAWAB :



Jika kita ingin berangkat dari kota A ke kota B, kita hanya bisa memilih satu kendaraan di atas. Kita bisa memilih **travel atau kapal laut atau pesawat terbang** (secara logika kita tidak bisa berangkat menggunakan 2 kendaraan sekaligus). Sehingga aturan yang digunakan adalah aturan penjumlahan (kata hubung atau).

Jadi, banyaknya cara adalah

Naik travel **atau** naik kapal laut **atau** naik pesawat terbang

$$4 + 2 + 1 = 7 \text{ cara}$$

Aturan Perkalian

Prinsip dari aturan ini adalah mengalikan banyaknya kemungkinan cara (pilihan) dari setiap kejadian yang **terjadi secara bersamaan**.

Rumus :

Jika suatu kegiatan terdiri dari n tahapan yang saling lepas, dengan tahapan pertama ada k cara, tahapan kedua ada l cara, ..., tahapan ke- n ada r cara maka kegiatan tersebut dapat dilakukan dengan $(k \times l \times \dots \times r)$ cara.

Aturan perkalian sering menggunakan kata hubung "dan".

Contoh Soal Aturan Perkalian

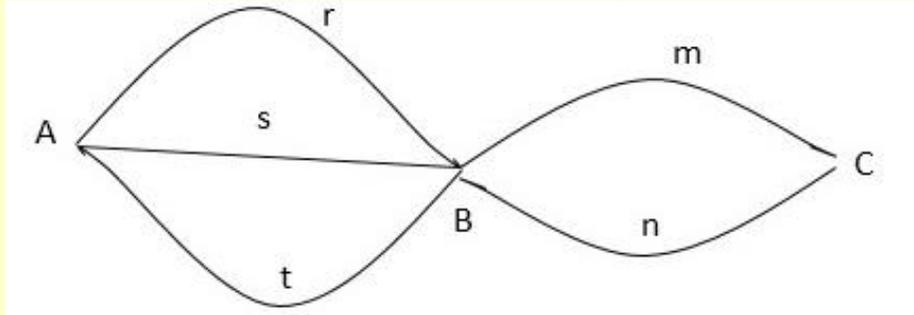
Prinsip dari aturan ini adalah mengalikan banyaknya kemungkinan cara (pilihan) dari setiap kejadian yang terjadi secara bersamaan.

ATURAN PERKALIAN

CONTOH

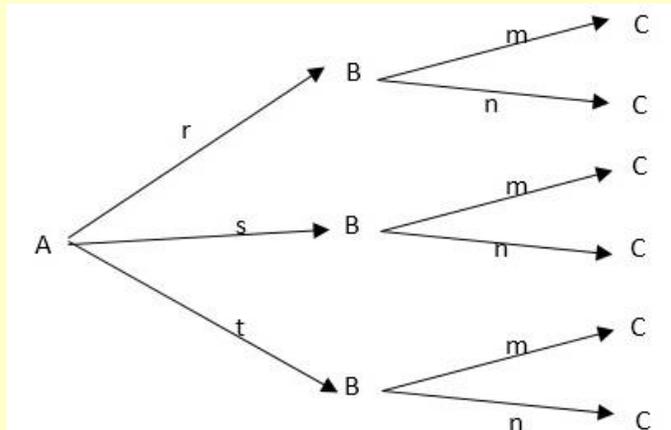
Seseorang ingin berpergian dari kota A menuju kota C melalui kota B. Dari kota A ke kota B ada 3 pilihan jalan, yaitu jalan r, s, atau t. Sedangkan dari kota B ke kota C ada 2 pilihan jalan, yaitu jalan m atau n. Ada berapa cara agar orang tersebut dari kota A bisa sampai di kota C ?

JAWAB : Jalan dari kota A ke kota C melalui kota B dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Jika seseorang tersebut ingin berangkat dari kota A ke kota C, maka harus memilih jalan yang dilalui dari kota A ke B dan dari kota B ke C.

Cara 1 : Banyaknya pilihan perjalanan dari kota A ke kota B dilanjutkan ke kota C ditunjukkan dengan diagram berikut



Dari gambar diatas terlihat rute perjalanan seseorang dari kota A ke kota C melalui kota B dapat dilakukan dengan 6 cara, yaitu $\{(r,m), (r,n), (s,m), (s,n), (t,m), (t,n)\}$

Cara 2 : Seseorang dapat memilih jalan dari kota A ke kota B dan jalan dari kota B ke kota C (kata hubung dan).

Jadi, banyaknya cara adalah

jalan dari kota A ke kota B dan jalan dari kota B ke kota C $\rightarrow 3 \times 2 = 6 \text{ cara}$

Aturan Pengisian Slot (*Filling Slots*)

Persoalan aturan perkalian umumnya berkaitan dengan cara penyusunan objek/unsur pada tempat/posisi yang tersedia. Sebagai contoh, susunan angka yang menunjukkan bilangan tertentu, susunan huruf yang membentuk kata tertentu, dan sebagainya.

Contoh soal aturan pengisian slot :

ATURAN PENGISIAN SLOT		
CONTOH		
Tersedia angka-angka 1, 3, 4, 7, 8, dan 9. Dari angka-angka tersebut akan dibentuk bilangan ratusan genap dengan syarat tidak ada angka yang berulang . Banyak bilangan yang terbentuk adalah...		

JAWAB :

Permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan kaidah pencacahan pengisian slot.

Kata kunci : ratusan (3 angka), genap, tidak boleh berulang

Langkah pertama : buat 3 buah slot (karena yang akan dibentuk bilangan ratusan)

Ratusan	Puluhan	Satuan
....

Langkah kedua : pengisian slot

isi slot paling belakang terlebih dahulu, karena akan dibentuk bilangan ratusan **genap**. Ciri bilangan genap adalah angka satuan genap (angka belakangnya angka genap). Sehingga yang dapat mengisi angka **satuan ada 2 angka**, yaitu 4 dan 8.

Misalnya yang terpilih menempati posisi satuan adalah angka 4, maka angka 4 tidak dapat menempati posisi ratusan dan puluhan sehingga **posisi ratusan dapat diisi oleh 5 angka**, yaitu 1, 3, 7, 8, dan 9.

Misalnya yang terpilih menempati posisi ratusan adalah angka 9, maka angka 9 tidak dapat menempati posisi puluhan, sehingga **posisi puluhan dapat diisi oleh 4 angka**, yaitu 1, 3, 7, dan 8.

Ratusan	Puluhan	Satuan
5	4	2

Jadi, banyak bilangan yang dapat terbentuk adalah $5 \times 4 \times 2 = 40$ bilangan

B. Faktorial

Definisi Faktorial

Faktorial bilangan asli n adalah perkalian semua bilangan asli yang kurang atau sama dengan n . Faktorial dilambangkan dengan tanda $!$ (tanda seru). Jadi jika $n!$, maka dibaca “ n faktorial”.

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1$$

Contoh :

1. $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

2. $\frac{6!}{4!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 30$ atau $\frac{6!}{4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = 30$

3. $(6 - 3)! \times 2! = 3! \times 2! = (3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 6 \times 2 = 12$

Agar lebih memahami materi, silakan klik link berikut untuk menyimak video.

1. Aturan Penjumlahan, aturan perkalian, dan faktorial klik
<https://www.youtube.com/watch?v=hz5jj7k8EIQ&t=322s>

2. Aturan Pengisian Slot klik
<https://www.youtube.com/watch?v=pxAamjpktT8&t=33s>