

MODUL FUNGSI KOMPOSISI DAN FUNGSI INVERS (5)

"FUNGSI INVERS"

E. FUNGSI INVERS

1. Pengertian Fungsi Invers

Jika fungsi $f : A \rightarrow B$ dinyatakan dalam pasangan berurutan $f : \{ (a,b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B \}$ maka invers dari fungsi f adalah $B \rightarrow A$ ditentukan oleh :

$$f^{-1} : \{ (b,a) \mid b \in B \text{ dan } a \in A \}.$$

Keterangan : f^{-1} dibaca (invers fungsi).

Invers suatu fungsi tidak selalu merupakan fungsi. Jika invers suatu fungsi merupakan fungsi, maka invers fungsi itu disebut fungsi invers.

2. Menentukan Rumus Fungsi Invers

Beberapa langkah untuk menentukan rumus fungsi invers $f^{-1}(x)$ jika $f(x)$ diketahui adalah sebagai berikut:

1. Ubah $f(x)$ menjadi y
2. Pindahkan variabel x ke ruas kiri menjadi $x = \dots$
3. Ubah x menjadi $f^{-1}(x)$ dan y menjadi x .

3. Contoh Soal

a. Contoh soal menentukan invers fungsi jika diketahui fungsi dinyatakan dalam pasangan berurutan

1. Diketahui $A : \{-2, -1, 0, 1\}$ dan $B : \{1, 3, 4\}$

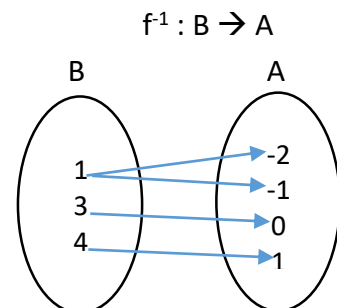
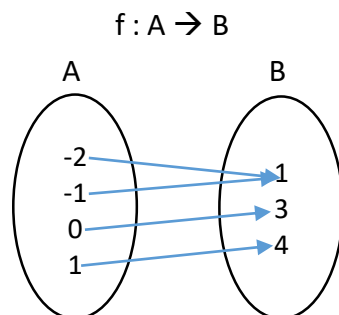
Jika Fungsi $f : A \rightarrow B$ ditentukan oleh $f : \{(-2, 1), (-1, 1), (0, 3), (1, 4)\}$, tentukan invers fungsi f dan selidiki apakah invers fungsi f merupakan sebuah fungsi?

Jawab:

Invers fungsi f :

$$f^{-1} : B \rightarrow A$$

$$f^{-1} : \{(1, -2), (1, -1), (3, 0), (4, 1)\}$$



Apakah invers fungsi f (f^{-1}) merupakan sebuah fungsi? Jawabannya adalah **tidak**, karena ada anggota himpunan B (yang merupakan domain) memilih 2 anggota di A (kodomain). Atau bahasanya mudahnya karena anggota dari pihak domain ada yang selingkuh.

2. Diketahui $A : \{a, b, c, d\}$ dan $B : \{1, 2, 3, 4\}$

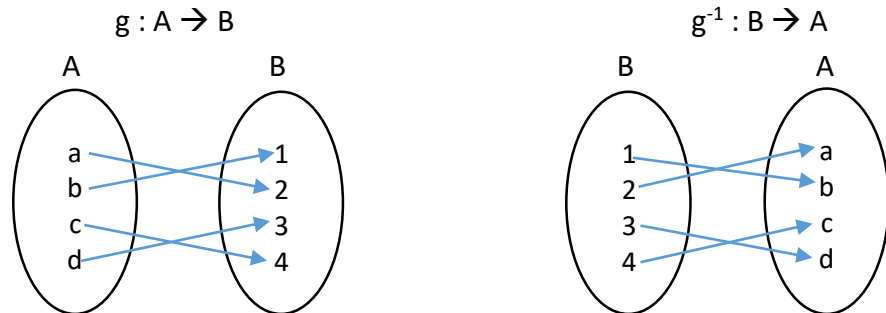
Jika Fungsi $g : A \rightarrow B$ ditentukan oleh $g : \{(a,2), (b,1), (c,4), (d,3)\}$, tentukan invers fungsi g dan selidiki apakah invers fungsi g merupakan sebuah fungsi?

Jawab:

Invers fungsi g :

$$g^{-1} : B \rightarrow A$$

$$g^{-1} : \{(2,a), (1,b), (4,c), (3,d)\}$$



Apakah invers fungsi g (g^{-1}) merupakan sebuah fungsi? Jawabannya adalah **Ya**, karena $g^{-1} : B \rightarrow A$ sudah memenuhi syarat sebuah fungsi.

3. Diketahui $A : \{1, 2, 3\}$ dan $B : \{2, 4, 6, 8\}$

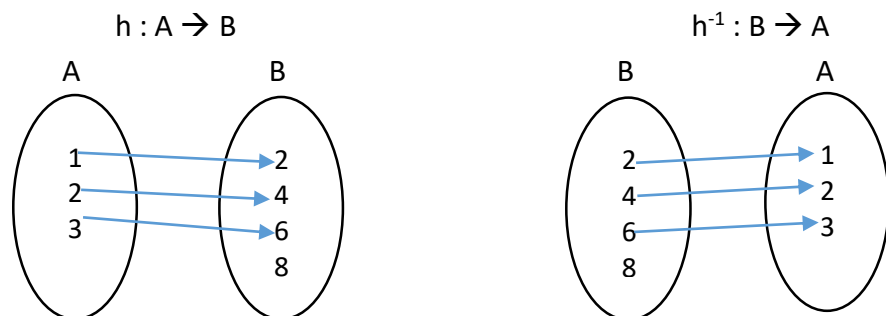
Jika Fungsi $h : A \rightarrow B$ ditentukan oleh $h : \{(1,2), (2,4), (3,6)\}$, tentukan invers fungsi h dan selidiki apakah invers fungsi h merupakan sebuah fungsi?

Jawab:

Invers fungsi h :

$$h^{-1} : B \rightarrow A$$

$$h^{-1} : \{(2,1), (4,2), (6,3)\}$$



Apakah invers fungsi h (h^{-1}) merupakan sebuah fungsi? Jawabannya adalah **tidak**, karena ada anggota himpunan B (yang merupakan domain) yang tidak memilih anggota di A (kodomain). Atau bahasanya mudahnya karena anggota dari pihak domain ada yang jomblo.

b. Contoh soal menentukan rumus fungsi invers

1. Jika $f(x) = 5x + 4$, maka $f^{-1}(x) = \dots$

Jawab: Penjelasan step by stepnya:

$$f(x) = 5x + 4$$

$$y = 5x + 4 \dots \dots \dots \text{Ubah } f(x) \text{ menjadi } y$$

$$5x = y - 4 \dots \dots \dots \text{Pindahkan variabel } x \text{ ke ruas kiri sedangkan yg lain di ruas kanan. Agar } x \text{ tidak berubah jadi negative, jadi pakai prinsip yg kalau pindah tanda tetap, sedangkan yg tidak pindah tanda berubah}$$

$$x = \frac{y-4}{5} \dots \dots \dots \text{Karena yg diinginkan } x = \dots \text{ maka koefisien dari } x \text{ pindahkan ke bawah}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-4}{5} \dots \dots \dots \text{Ubah } x \text{ menjadi } f^{-1}(x) \text{ dan } y \text{ menjadi } x$$

Jadi, fungsi invers dari $f(x)$ adalah $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{5}$

2. Bila $f(x) = \frac{x+2}{3-x}$, dengan $x \neq 3$, maka invers dari $f(x)$ adalah $f^{-1}(x) = \dots$

Jawab: Penjelasan step by stepnya:

$$f(x) = \frac{x+2}{3-x}$$

$$y = \frac{x+2}{3-x} \dots \dots \dots \text{Ubah } f(x) \text{ menjadi } y$$

$$y(3-x) = x+2 \dots \dots \dots \text{Karena bentuknya pecahan maka dikali silang. } y \text{ dikali } 3-x \text{ dan } x+2 \text{ dikali } 1$$

$$3y - xy = x + 2 \dots \dots \dots \text{Ruas kirinya dikali pelangi. } y \text{ dikali } 3 \text{ dan } y \text{ dikali } -x$$

$$-xy - x = -3y + 2 \dots \dots \dots \text{Kumpulkan yang semua suku yang ada variabel } x \text{ nya ke ruas kiri. Sisanya (yg ga ada variabel } x \text{ nya) di ruas kanan. Perhatikan, jika pindah ruas ubah tandanya.}$$

$$xy + x = 3y - 2 \dots \dots \dots \text{agar } x \text{ nya positif jadi semua suku dikali } -1 \text{ (jadi semuanya berubah tanda)}$$

$$x(y+1) = 3y - 2 \dots \dots \dots \text{Ruas kiri difaktorkan, dikeluarkan } x \text{ nya. } xy \text{ dan } x \text{ sama-sama punya } x \text{ jadi } x \text{ nya bisa dikeluarkan. Kalau mau di cek apakah sudah benar pemfaktornya, bisa dikali silang. } x \text{ dikali } y = xy \text{ dan } x \text{ dikali } 1 = x, \text{ jadi } xy + x \text{ sesuai dengan bentuk yang sebelumnya.}$$

$$x = \frac{3y-2}{y+1} \dots \dots \dots \text{Ubah menjadi } x = \dots \text{ (} y+1 \text{)nya dipindah ruas ke bawah.}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{x+1} \dots \dots \dots \text{Ubah } x \text{ menjadi } f^{-1}(x) \text{ dan } y \text{ menjadi } x$$

Jadi, fungsi invers dari $f(x)$ adalah $f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{x+1}$, dengan

$$D_{f^{-1}} : \{x | x \neq -1, x \in R\}$$

*Mengapa $\neq -1$? Karena di bentuk pecahan, penyebutnya tidak boleh sama dengan nol. Jadi agar tidak menghasilkan nol, domainnya / x nya tidak boleh sama dengan -1

3. Tentukan rumus fungsi $f^{-1}(x)$ jika diketahui fungsi $f(x) = -\frac{1}{5}(x - 3)$!

Jawab : Penjelasan step by stepnya

$$f(x) = -\frac{1}{5}(x - 3)$$

$$y = -\frac{1}{5}(x - 3) \dots\dots\dots \text{Ubah } f(x) \text{ menjadi } y$$

$$5y = -x + 3 \dots\dots\dots \text{Dikali silang. 5 dikali } y = 5y \text{ dan } -1 \text{ dikali } (x-3) = -x+3$$

$$x = -5y + 3 \dots\dots\dots \text{Ubah menjadi } x = \dots \text{ Jadi pindahkan variabel } x \text{ ke ruas kiri. Dan yang lainnya di ruas kanan. Perhatikan tandanya, jika pindah ruas maka tandanya berubah sedangkan jika tidak pindah tandanya tetap}$$

$$f^{-1}(x) = -5x + 3 \dots\dots\dots \text{Karena sudah dalam bentuk } x = \dots \text{ jadi langsung saja } x \text{ diubah menjadi } f^{-1}(x) \text{ dan } y \text{ diubah menjadi } x$$

Jadi, fungsi invers dari $f(x)$ adalah $f^{-1}(x) = -5x + 3$